

ת 6-1

תבניות של פנק 6

1. השתמשו בהאלקות \mathbb{R} מצבוא בסיס אורתונורמלי $\{e_n\}$ לתת-מרחב $W = \langle x^2, x, 1 \rangle$ של המרחב של פונקציות רציפות על $[-1, 1]$, $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$.
על המרחב של פונקציות רציפות על $[-1, 1]$, $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$.

2. מצאו או פונקציה של x^2 על $[-\pi, \pi]$ (על מרחב L^2).

3. e^{-x} - $\{\sin(x)\}$ מרחב אורתונורמלי בקטע $[\pi, 2\pi]$, $\langle f, g \rangle = \int_{\pi}^{2\pi} f(x)g(x)dx$. מצאו או פונקציה של $\cos x$ על מרחב L^2 .

4* נגזר $R_n(x) = \frac{d^n}{dx^n} (x-1)^n$, $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$ על $[-1, 1]$ מרחב פנימית $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$.
הכאן $\{R_n\}$ הינה מרחב אורתונורמלי.

5. השתמשו באור פונקציה של הפונקציה $y=x^2$ בקטע $(0, \pi)$ כדי $\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$ את הסכום של האור.

6. פונקציה מחזורית עם מחזור 2π מוגדרת באופן הבא:

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi \leq x \leq 0 \\ x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

מצאו או פונקציה של f . כתבו שיווי Parseval (אם אפשר) $\langle f, f \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)^2 dx$ ודאילו פונקציה?

7. פונקציה מחזורית עם מחזור π מוגדרת באופן הבא:

$$f(x) = x \quad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

מצאו או פונקציה של f . $\langle f, f \rangle = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^2 dx$ ודאילו פונקציה. כתבו שיווי Parseval (אם אפשר).

8 מצאו את הנורמה פורייה של פונקציה אופיינית של קטע

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \in [-1, 1] \\ 0 & \text{else} \end{cases} : [-1, 1]$$

כתבו את השיויון $\|x\|_2 = \|X\|_2$ במקרה הזה.

9 בעצמות אינטגרציה אייבך-אייבך, מצאו את אור פורייה

של הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - \pi x - \pi & -\pi \leq x \leq 0 \\ x^2 - \pi x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

(כאן π , 6) וכתבו שיויון Partial בעזרתו.