

8. לסדרות הגאומטריות, מצאנו את גבול סדרות הפונקציות ובדקו האם ההתכנסות היא במידה שווה או לא:

- א. $\{x^n\}$ כש $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$
- ב. $\{x^n\}$ כש $0 \leq x \leq 1$
- ג. $\{x^n - x^{n+1}\}$ כש $0 \leq x \leq 1$
- ד. $\{x^{2n} - x^{2n+1}\}$ כש $0 \leq x \leq 1$
- ה. $\{x^{2n} - x^{2n+1}\}$ כש $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2}$
- ו. $\left\{ \frac{x^n}{2+n+1} \right\}$ כש $0 \leq x \leq 1$
- ז. $\{\tan^{-1}(nx)\}$ כש $0 \leq x \leq 1$
- ח. $\{x \tan^{-1}(nx)\}$ כש $0 \leq x \leq 1$

9. תהי $f(x)$ פונקציה מוגדרת על הקטע $[a, b]$. הוכיחו שהסדרה $\{f_n(x)\} = \left\{ \frac{1}{n} [nf(x)] \right\}$ (כש $[y]$ דבק שלם) מתכנסת במידה δ -ב $f(x)$ על $[a, b]$.
 (כנס: שום $g_n(x) = nf(x) - [nf(x)]$ כש $0 \leq g_n(x) < 1$)

10. ציבור איטו זכרים של α הסדרה $\{f_n(x)\} = \{x^n e^{-nx}\}$ מתכנסת במידה δ -ב $x \geq 0$.

11. הוכיחו שסדרה $\{x^n e^{-nx}\}$ לא מתכנסת במידה בקטע $[0, \infty)$.
 אולם כן מתכנסת במידה δ -ב $[1, \infty)$.

12. תמו קוזמא לסדרת פונקציות שלטו מתכנסת במידה, אך הפונקציה הגבולית שיה רציפה.

13. כאילו שהאז $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ מתכנס בקטע $(-1, 1)$, נסכם $x \geq (1, 1)$ לשאלות אחרות.
 האיבר ה- n -י מתקיים $x_n(x) = \frac{x^n}{1-x}$. הוכיחו ש- $\{x_n(x)\}$ אינה מתכנסת במידה δ -ב $(1, 1)$.

14. מצאנו תמותי התכנסות של האיורים הבאים:

- א. $\sum_{n=1}^{\infty} (1/n)^n$ ג' $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$ ז' $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ ח' $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{2^n}$ ט'
- ב. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-n^2}$ י' $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{e^{nx}}$ יז'

15. 15. מצא את האינטגרל של האיברים הבאים:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(1+n^2x^2)} \quad \underline{10}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n} \quad \underline{11}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2x^2}}{n^2} \quad \underline{12}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 5nx}{n!} \quad \underline{13}$$

16. 16. מצא את הגבולות ואת

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(2n)!} = 0 \quad \underline{14}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0 \quad \underline{15}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}} = 0 \quad \underline{16}$$

$$(a > 1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)!}{a^n} = 0 \quad \underline{17}$$