תרגילים על פרק 2

1. אפיינו את נוסחאות הנסיגה הבאות לפי הקריטריונים הבאים (סדר/ליניאריות/הומוגניות)

א. $x_{n+1}=2x_n$

ב. $x_{n+1}=n^2x_n+1$

ג. $x_{n+1}=x_n^3+n$

ד. $x_{n+2}=n^2x_{n+1}+5x_n$

ה. $x_{n+2}=nx_{n+1}^2+x_n$

ו. $x_{n+1}=x_n^3$

2. מצאו את הפתרון הכללי לנוסחאות הנסיגה הבאות בשיטות אינטואיטיביות

א. $x_{n+1}=3x_n$

ב. $x_{n+1}=n^2x_n$

ג. $x_{n+1}=x_n^3$

ד. $x_{n+1}=x_n+n$

ה.* $x_{n+1}=(1+1/n)x_n+n^2-1$ (רמז: כתבו נוסחה נסיגה ל- $a_n=\frac{x_n}{n}$)

3. הוכיחו שקבוצות הסדרות הבאות, הן בלתי תלויות ליניארית

א. $\{(2^n),(3^n)\}$

ב. $\{(n),(2^n)\}$

ג. $\{(n),(2^n-1)\}$

ד. $\{(1),(n),(2^n)\}$

רמז: השתמשו בתחילת הסדרות.

4. מצאו נוסחאות נסיגה ליניאריות והומוגניות עם פתרונות כנתון:

א. $(2^n),(3^n)$

ב. $(2^n),(n2^n)$

ג. $(2^n),(1),(n)$

ד. $(n),(3^n)$

ה.* $(n!),(1)$

ו.* $(2^n),(n!),(1)$

5. מצאו את הפתרון הכללי לנוסחאות הנסיגה הבאות.

א. $x_{n+1}=nx_n+n!$

ב. $x_{n+1}=2x_n+1$

ג. $x_{n+2}=4x_{n+1}+5x_n$

ד. $x_{n+2}=4x_{n+1}+5x_n+5^n-n$

ה. $x_{n+2}=6x_{n+1}-9x_n+n2^n+3^n+5$

ו. $x_{n+3}=2x_n-x_{n+2}$

ז. $x_{n+3}=2x_n-x_{n+2}+n+(-1)^n$

ח. $x_{n+2}=\frac{8n-2}{2n-1}x_{n+1}-\frac{6n+3}{2n-1}x_n$

6. מצאו את הפתרון של נוסחאות הנסיגה בשאלה 5 תחת תנאי ההתחלה:

א. $x_1=4$

ב. $x_1=3$

ג. $x_8=x_9=1$

ד. $x_0=x_1=1$

ה. $x_0=1,x_1=2$

ו. $x_0=1,x_1=2,x_2=4$

ז. $x_0=1,x_1=2,x_2=4$

ח. $x_0=1,x_1=1$

*ד. כתבו את נוסחאות הנסיגה הבאות בצורת מטריצה (כמו בדף תומך 4-1) ומכאן מצאו את הערך $\lim_{n\to\infty} x_{n+1}/x_n$ תחת תנאי התחלה שנתון.

א. $x_{n+2} = x_n + x_{n+1}$ $\quad (x_0 = x_1 = 1)$

ב. $x_{n+2} = 5x_{n+1} - 6x_n$ $\quad (x_0 = 2, x_1 = 5)$

ג. $x_{n+2} = 6x_n - x_{n+1}$ $\quad (x_0 = 2, x_1 = -1)$

ד. $x_{n+2} = 6x_n - x_{n+1}$ $\quad (x_0 = 1, x_1 = 2)$

ה. $x_{n+3} = 3x_{n+2} - 4x_n$ $\quad (x_0 = 0, x_1 = 2, x_2 = -1)$