

## אנליזה למהנדסים - תרגיל 12 (להגשה)

6 בינואר 2003

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

$$\int_{\sqrt{e-1}}^{e^2-1} \frac{x}{1+x^2} dx \quad (\text{א})$$

$$\int_{e^{-\sqrt{\ln 8}}}^{e^{\sqrt{\ln 24}}} e^{2 \ln^2 t} \sqrt{e^{\ln^2 t} + 1} \frac{\ln t}{t} dt \quad (\text{ב})$$

$$\int_{-1}^1 \ln^3 \left( \frac{2+x}{2-x} \right) dx \quad (\text{ג})$$

2. תהי  $f$  פונקציה בעלת נגזרת רציפה בקטע  $[a, b]$ . הראו ש-

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \cos(nx) dx = 0$$

3. חישוב שטחים:

(א) חשבו את השטח הכלוא בין הפרבולה  $y = x^2$ , הישרים  $x = 1, x = 3$  והפרבולה  $y = -x^2$ .

(ב) מצאו את השטח החסום על ידי הפרבולה  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$  והקו הישר  $y = x + 2.5$ .

4. נפח גוף סיבוב: תהי  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה חיובית ורציפה. נפח גוף הסיבוב הנוצר על ידי  $f$  המסומן על ידי  $V_f$  מחושב על ידי

$$V_f = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$$

השתמשו בנוסחה כדי לחשב את נפח גופי הסיבוב הבאים:

(א) חשבו את הנפח של כדור תלת מימדי עם רדיוס  $R > 0$ .

(ב) (רשות) חשבו את נפח הטורוס (בייגלה) עם רדיוס חיצוני  $R$  ורדיוס פנימי  $r$  כאשר  $R > r > 0$ . רמז - צריך לחשב שני אינטגרלים לצורך כך.