אנליזה למהנדסים (1) - תרגיל 7 - לא להגשה

4.12.02

1. נתון $a \in \mathbb{R}$. עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, מצאו את $f'(a)$ תוך שימוש בהגדרת הנגזרת (וזהויות אלגבריות וטריגונומטריות אם צריך):

   (א) $f(x) = 3x^3 + x - 1$

   (ב) $f(x) = \sqrt{2x+3}$

   (ג) $f(x) = \cos^2(x)$

2. גזרו את הפונקציות הבאות תוך שימוש בכל כללי הגזירה:

$$f_1(x) = \frac{x^2+2x-1}{2x+3}, \quad f_2(x) = \cos^3(x), \quad f_3(x) = \cos(x^3)$$

$$f_4(x) = (2x^2-5x+1)e^x, \quad f_5(x) = \log(x+\sqrt{x^2+c}), \quad f_6(x) = \arcsin(\frac{e^x}{e^x+1})$$

$$f_7(x) = \arctan x + \arctan\frac{1}{x}, \quad f_8(x) = \sqrt{\tan(\frac{x}{2})}, \quad f_9(x) = a^x \ (a>0)$$

$$f_{10}(x) = x^\alpha \ (\alpha \in R), \quad f_{11}(x) = x^x$$

3. תהי $f(x)$ הפונקציה $f(x) = |x+a| + |x-a|$ כאשר $a > 0$ נתון. עבור איזה ערכים של x הפונקציה גזירה ומהי הנגזרת בנק' אלו?

4. לכל $m, n \in R\}$ נגדיר פונקציה: $f_{m,n}(x) = \begin{cases} x^n \sin\frac{1}{x^m} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$. עבור אלו ערכים של m ו- n מוגדר $f'_{m,n}(x)$ לכל x ממשי.

5. עבור אלו ערכים של a ו- b הפונקציה $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 2 \\ ax^2+bx+3 & x > 2 \end{cases}$ גזירה בכל $x \in R$?

6. הוכיחו את אי-השוויונים הבאים

   (א) $|\sin(\alpha) - \sin(\beta)| \leq |\alpha - \beta|$, לכל $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

   (ב) $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$, לכל $x > -1$.

בשבוע הבא יתקיים בוחן