אנליזה למהנדסים (1) - תרגיל 6 (להגשה)

27.11.2002

1. בדקו (ישירות מההגדרה) אם הפונקציות הבאות רציפות במידה שווה בתחום הגדרתם:
   (א) $f(x) = x^2 + 2x + 5, f(x) : [-2, 3] \to \mathbb{R}$.
   (ב) (קשה) $f(x) = e^x, f(x) : [0, \infty) \to \mathbb{R}$. (רמז: הפונקציה לא רציפה במידה שווה, השתמשו בעובדה כי $|e^x - e^y| = |e^y||e^{x-y} - 1|$).
2. הראו ישירות מההגדרה כי סדרת הפונקציות הבאה מתכנסת במידה שווה בתחום הגדרתה $f_n(x) = \frac{sin^2(x)}{n}, f_n : [0, 1] \to \mathbb{R}$.
3. בדקו אם קיימים הגבולות הבאים. אם הם קיימים, חשבו אותם, אחרת הראו כי אינם קיימים:
   (א)
   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} xy\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}.$$
   (ב)
   $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y}{x^4 + y^2}.$$
4. הראו כי הפונקציות הבאות רציפות:
   (א) $\sin(x^2 + y)$.
   (ב) $f(x) = \begin{cases} 0 & (x, y) = (0, 0) \\ \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \end{cases}$.