סמסטר א', מועד ב', תשס"ד
תאריך הבחינה: 27.09.2004
מספר קורס: 0365-2100

בחינה בהסתברות

המורה: פרופ' בוריס צירלסון

משך הבחינה: 3.5 שעות.
מותר להשתמש בדף סכום אישי ובמחשבון.
סה"כ הנקודות האפשרי הוא 120 (הציון לא יעלה על 100). בספק אם במסגרת הזמן הנתון ייתאפשר לענות על כל השאלות. לפיכך כדאי לעיין בכל השאלות בטרם ניגשים לפתרונן.

בהצלחה!

שאלה 1

=40

10 (א) הוכח שקיים מ"מ X כך ש-

$$\frac{1}{X^2} \sim \mathrm{U}(0,1)\,, \qquad \mathbb{P}\left(X>0\right)=1\,.$$

.....

10 (ב) מצא את פונקצית ערכי חלוקה $X^*(\cdot)$ ואת החציון $\mathrm{Me}(X)$.

.....

10 (ג) מצא את התוחלת $\mathbb{E}(X)$.

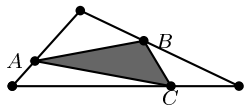
.....

10 (ג) מצא את השונות $\mathbb{V}\left(X\right)$.

שאלה 2

=40

בכל אחת משלוש צלעות המשולש הנתון, בעל שטח 1, בוחרים באקראי נקודה אחת, לפי ההתפלגות האחידה בצלע. שלוש הנקודות A,B,C ב"ת. נתבונן בשטח $S=S(A,B,C)$ של המשולש ABC.

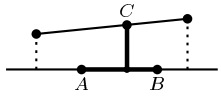


---

8 (א) זהה את ההתפלגות המותנה של S בהנתן A,B (רק שם ההתפלגות; אין צורך

לחשב פרמטרים). איזה מיקום של C מתאים לחציון מותנה? איזה מיקום של C מתאים לתוחלת מותנה?

רמז:



.....

8 (ב) מצא B_0, C_0 כך ש- $\mathbb{E}\left(S \,\middle|\, A \right) = S(A, B_0, C_0)$.

.....

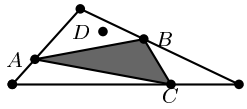
8 (ג) מצא את התוחלת $\mathbb{E}(S)$.

.....

8 (ד) נתבונן בהתפלגות (בלתי מותנה) של S . מה התומך שלה? האם היא אחידה? האם יש לה אטומים? האם יש לה צפיפות?

רמז: אין צורך לחשב את ההתפלגות.

בתוך המשולש הנתון בוחרים באקראי נקודה D , לפי ההתפלגות האחידה, ב"ת ב- A, B, C .



---

8 (ה) מצא את ההסתברות לכך ש- D שייכת למשולש ABC .

רמז: התנייה, בהנתן A, B, C .

שאלה 3

=40

יהיו $X_1, X_2, \ldots$ מ"מ ב"ת ש"ה, בעלי התפלגות נורמלית $\mathrm{N}(0,1)$.

---

10 (א) האם $\frac{X_n}{n} \to 0$ כמעט תמיד?

.....

10 (ב) האם $X_n - n \to -\infty$ כמעט תמיד?

.....

10 (ג) האם $X_n - \ln n \to -\infty$ כמעט תמיד?

.....

10 (ד) האם $X_n - \ln\ln n \to -\infty$ כמעט תמיד?