מחיר הוגן של אופציה $\boxed{\text{אמריקאית}}$

שוק יש לנו $B_t = B_0 e^{rt}$, $B_0 > 0, r \geq 0$ חשבון בנק

$S_t = S_0 \exp\left((\mu - \frac{\sigma^2}{2})t + \sigma W_t\right)$ מחיר של מניה

$$dB_t = rB_t\,dt, \quad dS_t = S_t(\mu\,dt + \sigma\,dW_t)$$

נזכיר שאנחנו הגדרנו:

$$W_t^{\mu-r} = W_t + \frac{\mu - r}{\sigma}t$$

ואז

$$dS_t = S_t(r\,dt + \sigma\,dW^{\mu-r})$$

והוכחנו ממשפט Girsanov ש־ $W_t^{\mu-r}$
זה תנועה בראון ביחס למידה $P_T^{\mu-r}$ כך ש־

$$\frac{dP_t^{\mu-r}}{dP_t}(\omega) = \exp\left\{-\frac{\mu-r}{\sigma}W_t(\omega) - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu-r}{\sigma}\right)^2 t\right\}$$

יחידות של מידה מרטינגלית:

תיק השקעות $\pi_t = (\beta_t, \gamma_t)$ מבצעים

(α) $X_t^\pi = \beta_t B_t + \gamma_t S_t$ ומחירו בהתקדמות t

(*) $X_t^\pi = x + \int_0^t \beta_u\,dB_u + \int_0^t \gamma_u\,dS_u$ $\longleftarrow$ מממון עצמית

כאשר מניחים

$$\int_0^T |\beta_t|\,dt < \infty, \quad \int_0^T (\gamma_t S_t)^2\,dt < \infty$$

מ (α)

$$dX_t^\pi = B_t\,d\beta_t + S_t\,d\gamma_t + \beta_t\,dB_t + \gamma_t\,dS_t$$

ולכן מממון עצמית $\Leftrightarrow$

$$B_t\,d\beta_t + S_t\,d\gamma_t = 0$$