

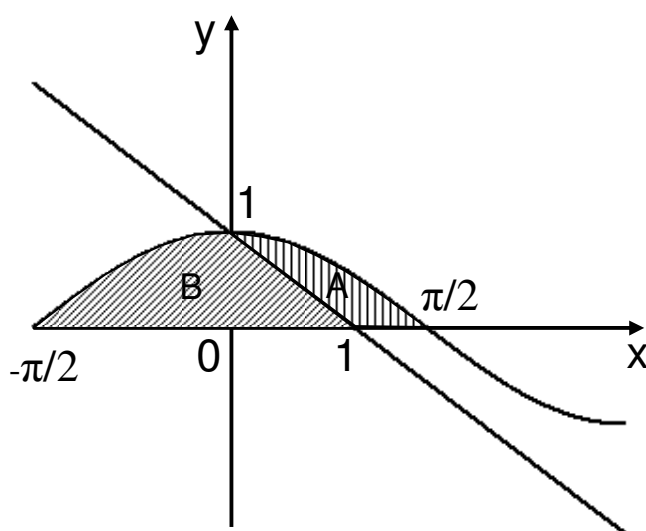
(6) חשב את השטח החסום על ידי הקווים הבאים: $y = \cos x$, $y = 1 - x$, $y = 0$

פתרון: לפי השרטוט (שטח A):

$$S = \int_0^1 (\cos x - 1 + x) dx + \int_1^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx =$$

$$= \sin x - x + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \sin x \Big|_1^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

הערה: השטח B שבציור גם עונה לדרישות.



אתגר – הוכיחו ש- $\cos x > 1 - x$ עבור כל $x > 0$.

(7) חשב את נפח גוף הסיבוב סביב ציר ה- x של השטח החסום על ידי הקווים: $x = \frac{\pi}{4}$,

$$y = \tan x, \quad y = 0$$

פתרון:

לפי הנוסחה:

$$V = \pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x) dx = \pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi \cdot (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \pi \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$