

**מבחן במתמטיקה בדידה – מדעי המוח****הערות:**

- א. מותר להשתמש במחשבון ודף הנוסחאות בלבד.  
 ב. אורך המבחן 2.5 שעות.  
 ג. יש לענות על 4 מתוך 6 שאלות. חובה לפתור שאלה מכל פרק!

**תורת הקבוצות:**

1. הוכח באמצעות זהויות:  $A - (B - (C - A)) = A - B$   
 2. פשט את הביטוי לצורה הקצרה ביותר באמצעות טבלת אמת:  

$$\left[ (A - \bar{B}) - ((\bar{A} - C) \cup (\bar{B} - C)) \right] \cup B$$

**לוגיקה מתמטית:**

3. מצא האם הביטוי הבא הינו טאוטולוגיה, ומצא את צורת ה CNF או DNF:

$$\left( (\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{z}) \right) \rightarrow (\bar{y} \wedge z)$$

4. הוכח את הזהויות:  $x \vee y = \bar{x} | \bar{y} = (x | x) | (y | y)$

להזכרכם, | מצין nand (not and)

**קומבינטוריקה:**

5. נתונה הקבוצה  $L = \{a, b, c, d, e\}$ . כמה מילים בעלות 4 אותיות שונות לכל היותר ניתן לכתוב בעזרת  $L$  ?  
 איך תשתנה התשובה אם אחרי  $\alpha$  תמיד חייבת להופיע  $c$  ?  
 6. חשב את הסכום:  $C(n, 0) + C(n, 1) + \dots + C(n, n)$

הקדמות (1) גישה

$$A - (B - (C - A)) = A - B$$

$$A \cap \overline{(B \cap (C \cap \bar{A}))} = A \cap \bar{B}$$

$$A \cap (\bar{B} \cup (C \cap \bar{A}))$$

⇓

$$(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap (C \cap \bar{A}))$$

$$(A \cap \bar{B}) \cup ((A \cap \bar{A}) \cap C)$$

⇓

$$\emptyset \cap C$$

⇓

$$\emptyset$$

$$(A \cap \bar{B}) \cup \emptyset$$

⇓

$$A \cap \bar{B}$$

$$A \cap \bar{B} = A - B = A \cap \bar{B}$$

i.e.N

21 מספר זוגי

27 מספר אי-זוגי  
34 מספר זוגי  
30 מספר זוגי

17 מספר זוגי

9 מספר זוגי

27 מספר זוגי

14 מספר זוגי

13 מספר זוגי

21 מספר זוגי

שאלה 2) 
$$\left[ (A-\bar{B}) - ((\bar{A}-C) \cup (\bar{B}-C)) \right] \cup B$$

$$\left[ (A \cap \bar{B}) \cap \overline{((\bar{A} \cap \bar{C}) \cup (\bar{B} \cap \bar{C}))} \right] \cup B$$

21 יסודות בלבד

$$\left[ (A \cap B) \cap ((\bar{A} \cap \bar{C}) \cap (\bar{B} \cap \bar{C})) \right] \cup B$$

מיני 15 - 33, 30 בלבד

$$\left[ (A \cap B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup C) \right] \cup B$$

30-41 בלבד 33 - מיני 15

A B C  $A \cap B$   $A \cup C$   $B \cup C$   $(1) \cap (2) \cap (3)$   $(4) \cup B$  (10 יסודות)

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1



הכל נכנסת  
: קולות מן המין

25

$$\left[ (A-\bar{B}) - ((\bar{A}-C) \cup (\bar{B}-C)) \right] \cup B = B$$

ל.נ.

רצוי לנסות (3)  $\overline{((\bar{x} \rightarrow \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{z}))} \rightarrow (\bar{y} \wedge z)$

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$\bar{x} \rightarrow \bar{y}$ (1)	$\bar{x} \wedge \bar{z}$ (2)	(1) $\vee$ (2)	$\overline{(1) \vee (2)}$ (3)	$\bar{y} \wedge z$ (4)	(3) $\rightarrow$ (4) יציאה
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1

יציאה 101001111

CNF:  $x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$  (4 מילים)

DNF:  $(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge z)$

$\begin{pmatrix} 1-3 & 1010 \\ 5-8 & 1111 \end{pmatrix} \sqrt{25}$

ל.ע.נ

... מילים האלו T-1 F-√ תיאור המילים ← תוצאה

$$6. C(n,0) + C(n,1) + \dots + C(n,n) = 1 + \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2} + \dots + 1$$

הנכונות של  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C(n,k) \cdot x^{n-k} \cdot y^k$

$$C(n,0) + C(n,1) + \dots + C(n,n) = \sum_{k=0}^n C(n,k) = \sum_{k=0}^n C(n,k) \cdot 1^{n-k} \cdot 1^k = \boxed{2^n}$$

$1^{n-k} \cdot 1^k \rightarrow 1$  \* כל המעצמות הן 1 ויש להן יחס של 1-0 וכן כפי ש-  
כל המעצמות הן 1

~~$$C(n,k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \dots = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \dots$$~~

$$4. xvy = \bar{x} | \bar{y} = (x|x) | (y|y)$$

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	xvy	(x x)	(y y)	(x x) (y y)
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0

$$xvy = (x|x) | (y|y) = \dots$$



אופן מקבלים 3 אפשרויות בואר a באינה.

אם a היתה האור השני, אז אור ראשון תהיה c ו-8p

האור הראשון יכולה להיות b, d או e. לזה נותן עוד 3

3 אפשרויות שונה. אז מספר המילים עם 3 אותיות

כן לפיכך a מופיע c הנוכי

$$4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 + 3 = 30$$

↑            ↑            ↖  
אור a    אור a    אור a  
מופיע    באינה    שניה

עם, מספר המילים עם 4 אותיות: בואר a מופיע a שז יר  
אפשרויות 4.3.2.1.

בואר a אור באינה, אז אור שניה c, ועבור אור ראשון  
יש 3 אפשרויות (b, d, e) ולכן סך הכל נרמז נותרו 2  
אפשרויות. כלומר עם אפשרויות.

באור האורך, מקבלים 6 אפשרויות כדי מילים נשארו 4 אותיות.  
כן שהאור השנייה a והאור השלישי c, ו-8p 3 אפשרויות.

זו עבור המקרה של a איש, c ריבוי קיימא 6 אפשרויות

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 42$$

↑            ↑            ↑            ↑  
אור a    אור a    אור a    אור a

### למספר (שזר a ואח"כ c):

$$4 + \underbrace{4 \cdot 3 + 1}_{\substack{\text{מילים עם} \\ \text{2 אותיות}}} + \underbrace{4 \cdot 3 \cdot 2 + 3 + 3}_{\substack{\text{מילים עם} \\ \text{3 אותיות}}} + \underbrace{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2}_{\substack{\text{מילים עם} \\ \text{4 אותיות}}} = 89$$

↑  
מילים עם אור אחד