

מבחן דוגמה: מתמטיקה לכימאים ב', תש"ע

מרצה: דוקטור מירב טופול

משך המבחן: שלוש שעות. עזרים: דפי נוסחאות ומחשבון.
שימו לב, זוהי דוגמת מבחן בלבד!! - יש ללמוד את כל הדברים האחרים שאינם מופיעים כאן.

1. (א) מצאו את הנגזרות החלקיות של: $f(x, y) = \ln(\sin(x+y)) + 4^{3x} \cdot e^{-3x}$.

(ב) מצאו ערך מקסימאלי וערך מינימאלי של הפונקציה $f(x, y) = x^2 + y^2$

בתחום החסום שהוא משולש שצלעותיו הן $y=0, x=0, 2x+y=2$.

2. חשבו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x, y) = x^2 + y$ תחת האילוץ $x^2 + y^2 = 8$.

הפתרון: $(0, \pm\sqrt{8})$.

שימו לב, תרגיל זה נילקח מהעבודה שנתתי לכם באתר.

3. חשבו את האינטגרל $\int_0^1 \int_0^{2y} (y^2 + e^{x+y}) dx dy$.

4. חשבו את האינטגרל המשולש $\iiint_A \frac{1}{\sqrt{1+x+y+z}} dA$ כאשר A הינו הקובייה

$[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$.

5. מצאו נפח גוף החסום על ידי שני המשטחים $z = 8 - x^2 - y^2$
 $z = x^2 + 3y^2$

הפתרון: $8\sqrt{2}\pi$.

שימו לב, לפי שיטת הניטרול (פתרון מלא מופיע בהרצאה).

6. חשבו את האינטגרל $\iiint z dA$ בעזרת קואורדינטות כדוריות כאשר התחום הנתון הינו חצי כדור שרדיוסו a .

באותו אופן נסו לפתור את $\iiint x dA$ ואת $\iiint y dA$ עבור אותו התחום.

שימו לב לגבולות שנתתי לכם בהרצאה עבור הזווית $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.

הפתרון עבור $\iiint z dA$ הינו: $\frac{a^4\pi}{4}$.

$$7. \text{ מצאו את ערכי } k \text{ שעבורם למערכת המשוואות הבאה : } \begin{cases} x + y + kz = k \\ x + ky - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

א. פתרון יחיד, ב. אין פתרון, ג. אינסוף פתרונות.

הפתרון: אינסוף פתרונות עבור $k = 1$, אין פתרון עבור $k = -1$, פתרון יחיד עבור $k \neq \pm 1$.
שימו לב, שיש לכם המון תרגילים כאלה מהדפים שחילקתי.

$$8. \text{ נתונה המטריצה הבאה : } \begin{pmatrix} 4 & 4 & -4 \\ 4 & 7 & -6 \\ 6 & 9 & -8 \end{pmatrix}$$

מצאו לה ערכים עצמיים ווקטור עצמי שמתאים לכל ערך עצמי.
הפתרון: הערכים העצמיים הינם 0, 1, 2. כעת מצאו את הוקטורים העצמיים.

9. פתרו את מערכת המשוואות הליניארית הבאה ע"י **מטריצה הפוכה**,

$$\begin{cases} 2x + 7y = 10 \\ 10x + 3y = -1 \end{cases}$$

ואז לבדוק על ידי **זירוג** שאכן התשובה נכונה:

אפשר גם לפתור לפי שיטת קרמר, לבדיקה נוספת.

10. שאלת בוניס (5 נקודות): חשבו את $\left(\frac{3-i}{9-4i}\right)^{26}$ וגם את $\sqrt[5]{\frac{3-i}{9-4i}}$.

בהצלחה רבה!!!