

מתמטיקה לכמאים ב

משתנים מרובים

דוקטור מירב טופול

חשבו נגזרות חלקיות :

$$z = 2x - 3y + 1 \quad .1$$

$$z = x^2 + 2xy - y^2 \quad .2$$

$$z = ax + by + c \quad .3$$

$$z = \frac{x}{x - y + 1} \quad .5$$

$$z = x^2 y^2 \quad .6$$

$$z = (x^2 + y^2)^2 \quad .7$$

$$z = \sqrt{\frac{x+y}{2x}} \quad .8$$

$$z = \frac{xy}{x^2 + y^2} \quad .9$$

$$z = e^{x^2 - y^2} \quad .10$$

$$z = \ln(x^2 + y^2) \quad .11$$

$$z = x^2 e^y \quad .12$$

$$z = xye^{x-y} \quad .13$$

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad .14$$

$$z = x^y \quad .15$$

$$z = e^{(xy)} \quad .16$$

$$z = \ln\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) \quad .17$$

$$z = \ln(2x + y)^4 (x - 3y)^5 \quad .18$$

$$z = \ln\left(\frac{x^2 - 2}{y^4 + 3}\right) \quad .19$$

$$z = x^2 \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} \quad .20$$

$$u = e^{x^2 + y^2 + z^2} \quad .21$$

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad .22$$

$$u = e^{x/y} + e^{z/y} \quad .23$$

$$z = \ln\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}\right) \quad .24$$

מצאו נקודות מקסימום, מינימום ואוכף של הפונקציות הבאות :

1. $z = x^2 + (y-1)^2$
2. $z = x^2 - (y-1)^2$
3. $z = x^3 + y^3 - 3xy$
4. $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
5. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 3y$
6. $z = x^4 - 2x^2y - 6x^2 + 4y^2$
7. $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$
8. $z = x^3y^2(12 - x - y)$
9. $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$
10. $z = 4x^2 - xy + y^2 - x^3$
11. $z = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y$
12. $z = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$
13. $z = e^{x^2-y}(5 - 2x + y)$
- 14.* $z = xy \ln(x^2 + y^2)$
15. $z = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$
16. $z = (4x - x^2)(6y - y^2)$

תשובות:

1. מינ' (0,1,0) 2. אוכף (0,1,0) 3. מינ' (1,1,-1) אוכף (0,0,0) 4. מינ' (1,0,-1)
5. מינ' (3,0,-9) 6. אוכף (0,0,0) מינ' (-2,1,-12) מינ' (2,1,-12)
7. מכס' (0,0,0); מינ' (0.5, ±1, -9/8); אוכף (0, ±1, -0.125)
8. מכס' (6, 4) 9. מכס' (0,0,1)
9. מינ' (0,0,1). הפתרון לא מחושב לפי נגזרות שכן אין נגזרת בנקודה זו.
10. אוכף (2.5,1.25,12.5) מינ' (0,0,0)
11. מינ' (1,2,7-10ln 2), $(\frac{4}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{\sqrt{3}})$, $(-\frac{4}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}})$
12. מינ' (0,0,0) אוכף $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}e^{-2})$
13. אוכף (1, -2, e³)
14. אוכף (±1, 0) (0, ±1); מינ' $-y = x = \frac{1}{\sqrt{2e}}$ $y = x = \frac{1}{\sqrt{2e}}$
15. אוכף (0,0,0); מינ' (0, ±1); מכס' (±1,0)
16. מקס' (2,3); אוכף (0,0), (4,0), (0,6), (4,6)

בהצלחה רבה!!!!