

חוקי בסיס במתמטיקה

$$ax^2 + bx + c = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt{\sqrt{x^n}} = \sqrt{x^{\frac{n}{2}}} = x^{\frac{n}{4}}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\begin{aligned} |x| < a \\ \Downarrow \\ -a < x < a \end{aligned}$$

$$|x| = x, -x$$

$$|x - 2| = x - 2 \quad \{x \geq 0\}, \quad -(x - 2) \quad \{x < 0\}$$

$$\log_a m^n = n \log_a m$$

$$a^b = e^{\ln a \cdot b} = e^{b \ln a}$$

$$e^{\ln f(x)} = f(x)$$

$$e^{n \ln f(x)} = (e^{\ln f(x)})^n = f(x)^n$$

$$e^{3 \ln x} = (e^{\ln x})^3 = x^3$$

$$e^{-\ln f(x)} = f(x)^{-1} = \frac{1}{f(x)}$$

$$\ln f(x) = 0, \quad f(x) = 1$$

$$-1 \leq \sin(x) \leq 1$$

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1$$

$$\ln x > 0$$

$$\tan x \neq (\pi/2) + k\pi$$

$$\cot x \neq \pi k$$

$$\alpha^0 = \frac{\pi \alpha_R}{180}$$

$$\alpha_R = \frac{\pi}{\alpha^0} \cdot 180$$

משוואת הישר

1. משוואת הישר ששיעופו מ נקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

2. שיעופו ישר העובר ב-2 נקודות: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3. המרחק בין נקודה (x_1, y_1) לישר $Ax + Bx + C = 0$

$$d = \pm \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

זהויות טריגונומטריות

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

$$\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi/2 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(\pi/2 - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(\pi/2 - \alpha) = \tan \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = 1 / \cos^2 \alpha$$

$$1 + \cot^2 \alpha = 1 / \sin^2 \alpha$$

$$1 - \cos x = 2 \sin^2(x/2)$$

$$1 + \cos x = 2 \cos^2(x/2)$$

$$\sin x = 2 \sin(x/2) \cos(x/2)$$

$$\cos x = \cos^2(x/2) - \sin^2(x/2)$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos(2\alpha) = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\tan(2\alpha) = 2 \tan \alpha / (1 - \tan^2 \alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin(\alpha/2 + \beta/2) \cos(\alpha/2 - \beta/2)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin(\alpha/2 - \beta/2) \cos(\alpha/2 + \beta/2)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos(\alpha/2 + \beta/2) \cos(\alpha/2 - \beta/2)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin(\alpha/2 + \beta/2) \sin(\alpha/2 - \beta/2)$$

$$\sin \alpha \cos \beta = 1/2 (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$\sin \alpha \sin \beta = 1/2 (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = 1/2 (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = (\tan \alpha + \tan \beta) / (1 - \tan \alpha \tan \beta)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = (\tan \alpha - \tan \beta) / (1 + \tan \alpha \tan \beta)$$

$$\tan(\alpha + \beta) - \tan \alpha - \tan \beta = \tan(\alpha + \beta) \tan \alpha \tan \beta$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

חישובי שטחים

א. משולש: בסיס * גובה לחלק ל-2

$$S = \frac{ah}{2}$$

$$S = ab$$

ב. מלבן: צלע כפול צלע

$$V = abc$$

ג. נפח של תיבה:

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

ד. שטח פנים של תיבה:

$$S = 2(ab + bc)$$

ה. שטח מעטפת:

$$\frac{b}{2a}$$

כלל הסנדוויץ

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = C \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} g(x) = C$$

משפט לגרנג'

תהי פונקציה רציפה ב- [a,b] וגזירה ב- (a,b) קיים $\xi \in (a,b)$ כך ש:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$$

משפט רול

אם $f'(x) \neq 0$ בקטע [a,b] אז הפונקציה $f(x) = 0$ יש לכל היותר פתרון אחד. (הפונקציה חייבת להיות רציפה וגזירה בנקודה).

אם $f''(x) \neq 0$ בקטע [a,b] אז הפונקציה $f(x) = 0$ יש לכל היותר שני פתרונות.

משפט רול החמוד

אם פונק' רציפה וגזירה בקטע פתוח (a,b) ו-

$$f(a) = f(b)$$

מתאפסת $(f'(c) = 0)$.

הערה: בין 2 נקודות שבהן לפונקציה אותו ערך - תמיד תהיה נק' שבה הנגזרת מתאפסת.

משפט ערך הביניים

אם הפונקציה רציפה בקטע ובעלת $f(x_1) < 0$ ונקודה $f(x_2) > 0$ יהיה לפחות פתרון אחד לפונקציה.

גבולות ורציפות

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ רציפות

$\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f'(x) = f'(a)$ גזירות

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ בדיקת גבול

$\lim f(x)g(x) = \lim f(x) \lim g(x)$

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} x^2 = 0, \lim_{x \rightarrow x_0^-} ax + b = f(0) \Rightarrow b = 0$

$x \rightarrow 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{x}{\sin x} = \frac{\tan x}{x} = \frac{x}{\tan x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

$\lim_{\otimes \rightarrow 0} \frac{\sin \otimes}{\otimes} = 1$

$x \rightarrow \pm\infty$

$\lim_{\otimes \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\otimes}\right)^{\otimes} = e$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a}{c}\right)^{\frac{bx}{c}} = \left[\left(1 + \frac{a}{c}\right)^{\frac{c}{a}}\right]^{\frac{ba}{c}} = e^{\frac{ba}{c}}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{bx}{c}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a}{c} - 1\right)^{\frac{bx}{c}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a-c}{c}\right)^{\frac{bx}{c}}$

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ג. לופיטל:

$\lim a \cdot b = \frac{a}{\left(\frac{1}{b}\right)} = \frac{b}{\left(\frac{1}{a}\right)}$

$\lim a^b = e^{\lim b \ln a} = e^{\lim b \ln a} = e^{\ln a^b}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x} = k, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{x} = k, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{\sin mx} = \frac{k}{m}$

נגזרות מיידיות

$\sin' x = \cos x ; \cos' x = -\sin x$

$\sin'(ax) = a(\cos ax) ; \cos'(ax) = a(-\sin ax)$

$\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x ; \arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$\cot'(x) = \frac{-1}{\sin^2 x} ; \operatorname{arc cot}'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$

$(e^x)' = e^x ; (\ln x)' = \frac{1}{x}$

$\arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} ; \arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(a^x)' = a^x \ln a ; (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x)^2}$

$(\sin x)^n = n(\sin x)^{n-1} \times \cos x$

$(\ln x)^n = n(\ln x)^{n-1} \times \frac{1}{x}$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = \left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$(\sqrt{f(x)})' = (f(x)^{1/2})' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}} f'(x)$

פונקציות

$f(-x) = f(x)$ - פונקציה זוגית

$f(-x) = -f(x)$ - פונקציה אי-זוגית

הקרת פונקציות אסימפטוטות

$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

$y = ax + b$

$a_R = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, a_L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

$b_R = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - a_R x, b_L = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - a_L x$

אינטגרלים

$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ שטח:

חישובי אינטגרלים אינטגרציה בחלקים:

$\int f \cdot g' dx = f \cdot g - \int f'g dx$

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$

$\int e^{f(x)} \times f'(x) dx = e^{f(x)} + c$

$\int \frac{mx+n}{x^2+bx+c} dx$

$x^2+bx+c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$ 0

$x^2+bx+c = \left(\frac{x-K}{i}\right)^2$ (K)1

$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$ 2

שברים חלקיים

$\int \frac{mx+n}{(x+x_1)(x+x_2)} dx =$

$\frac{A}{(x+x_1)} + \frac{B}{(x+x_2)} \Rightarrow A(x+x_2) + B(x+x_1) = mx+n$

$\int \frac{A}{(x+x_1)} + \int \frac{B}{(x+x_2)} dx =$

מכנה לא פריק

$\int \frac{1}{x^2(x+x_1)(ax+x_2)} dx = \int \frac{A}{x} + \int \frac{B}{x^2} + \int \frac{C}{(x+x_1)} + \int \frac{D}{(ax+x_2)}$

$\int \frac{1}{(x+x_1)^2(x^2+x_2)} dx = \int \frac{A}{(x+x_1)} + \int \frac{B}{(x+x_1)^2} + \int \frac{Cx+D}{(x^2+x_2)}$

אינטגרלים טריגונומטרים זהויות שחשוב לזכור:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$

$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2} \quad t = \tan \frac{x}{2}$

$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad x = 2 \arctan t$
 $dx = \frac{2}{1+t^2} dt$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} \{\sin(a+b) + \sin(a-b)\}$

אינטגרלים מיידיים

$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + c$

$\int \ln x dx = x \ln|x| - x + c$

$\int \sin x dx = -\cos x + c$

$\int \sin(ax+b) dx = -\left(\frac{1}{a}\right) \cos(ax+b) + c$

$\int \cos x dx = \sin x + c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

$\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c$

$\int \cot x dx = \ln|\sin x| + c$

$\int e^x = e^x + c$

$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + c$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + c$

$\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c$

$\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$

$\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a-x}{a+x}\right| + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + c$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + c$

$\int \frac{1}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$

$\int \frac{A}{x-a} dx = A \ln|x-a| + C$

$\int \frac{A}{(x-a)^n} dx = A \cdot \frac{1}{1-n} (x-a)^{1-n} + C$

$\int \frac{mx+n}{x^2+bx+c} dx \Rightarrow (b^2-4c < 0)$

$\frac{1}{2} m \ln(x^2+bx+c) + \frac{n-\frac{1}{2}mb}{\sqrt{c-\frac{1}{4}b^2}} \arctan\left(\frac{x+\frac{1}{2}b}{\sqrt{c-\frac{1}{4}b^2}}\right)$

	$X \rightarrow -\infty$	$X \rightarrow 0$	$X \rightarrow \infty$
$y = \frac{1}{x}$	$\frac{1}{-\infty} = 0$	$\frac{1}{0^+} = \infty$ $\frac{1}{0^-} = -\infty$	$\frac{1}{\infty} = 0$
$y = e^x$	$e^{-\infty} = 0$	$e^0 = 1$	$e^{\infty} = \infty$
$y = \ln x$	-----	$\ln(0^+) = -\infty$	$\ln(\infty) = \infty$
$y = \arctan x$	$\arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$	$\arctan(0) = 0$	$\arctan(\infty) = \frac{\pi}{2}$
$a^x, a > 1$ $a^x, 0 < a < 1$	$a^{-\infty} = 0$ $a^{-\infty} = \infty$	$a^0 = 1$ $a^0 = 1$	$a^{\infty} = \infty$ $a^{\infty} = 0$
$y = \sin x$	-----	$\sin 0 = 0$	-----
$y = \cos x$	-----	$\cos 0 = 1$	-----
$y = \frac{\sin x}{x}$ $y = \frac{x}{\sin x}$	0	1	0
$y = \frac{\tan x}{x}$ $y = \frac{x}{\tan x}$	-----	1	-----
$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$	e -----	1 e	e 1
$y = \sqrt{x}$ $y = \sqrt[3]{x}$	-----	$\sqrt{0^+} = 0$ $\sqrt[3]{0} = 0$	$\sqrt{\infty} = \infty$ $\sqrt[3]{\infty} = \infty$

$$\frac{a}{\pm \infty} = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow \frac{a}{0^+} = \infty \Leftrightarrow \frac{a}{0^-} = -\infty$$

$$a < 0 \Rightarrow \frac{a}{0^-} = \infty \Leftrightarrow \frac{a}{0^+} = -\infty$$