

$$\int \frac{X}{2X^2+X+3} dX =$$

השגת האינטגרל של פונקציה רציונלית, כאשר המונה ממעלה נמוכה מהמכנה.

$b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 < 0$ - המכנה אינו מתפרק, כ"כ, -

המכנה אינו מתפרק, לכן ננסה להפחית את המונה לפולינום ממעלה נמוכה מהמכנה ועודד.

$$\int \frac{X}{2X^2+X+3} dX = \frac{1}{4} \int \frac{4X+1}{2X^2+X+3} dX - \int \frac{\frac{1}{4}}{2X^2+X+3} dX$$

האינטגרל הראשון מתפרק ל-2 אינטגרלים: $\int \frac{4X}{2X^2+X+3} dX + \int \frac{1}{2X^2+X+3} dX$

$$= \int \frac{2X}{2X^2+X+3} dX + \int \frac{1}{2X^2+X+3} dX$$

האינטגרל הראשון מתפרק ל-2 אינטגרלים: $\int \frac{2X}{2X^2+X+3} dX = \frac{1}{2} \int \frac{2X}{2X^2+X+3} dX$

$$\int \frac{X}{2X^2+X+3} dX = \frac{1}{4} \ln(2X^2+X+3) - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \int \frac{1}{X^2+\frac{X}{2}+\frac{3}{2}} dX$$

האינטגרל הראשון מתפרק ל-2 אינטגרלים: $\int \frac{1}{X^2+\frac{X}{2}+\frac{3}{2}} dX$

$$= \frac{1}{4} \ln(2X^2+X+3) - \frac{1}{8} \int \frac{1}{\left(X+\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{16}} dX$$

$$X^2 + \frac{1}{2}X + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{1}{4} \ln(2X^2+X+3) - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{23}{16}}} \arctan\left(\frac{X+\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{23}{16}}}\right) + C$$

האינטגרל הראשון מתפרק ל-2 אינטגרלים: $\sqrt{16} = 4$

$$= \frac{1}{4} \ln(2X^2+X+3) - \frac{1}{2\sqrt{23}} \arctan\left(\frac{4X+1}{\sqrt{23}}\right) + C$$

$$\textcircled{11} \int \frac{x^2+4}{(3x+1)(4x^2+4x+5)} dx$$

נפרק את המכנה לגורמים ליניאריים
 ונחלק את המונה לגורמים אלו

$$\frac{x^2+4}{(3x+1)(4x^2+4x+5)} = \frac{A}{3x+1} + \frac{Bx+C}{4x^2+4x+5}$$

$$x^2+4 = A(4x^2+4x+5) + (Bx+C)(3x+1)$$

נציב $x = -\frac{1}{3}$ נקבל

$$\frac{37}{9} = \frac{37}{9} A \Rightarrow A = 1$$

$$1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 4 = (4+3B)x^2 + (4+B+3C)x + (5+C)$$

$$\begin{cases} 1 = 4+3B \\ 0 = 4+B+3C \\ 4 = 5+C \end{cases}$$

\Downarrow $B = -1$ \Downarrow $5+C=4 \Rightarrow C = -1$

$$\int \frac{x^2+4}{(3x+1)(4x^2+4x+5)} dx = \int \frac{dx}{3x+1} - \int \frac{x+1}{4x^2+4x+5} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{3}{3x+1} dx - \frac{1}{8} \int \frac{8x+4}{4x^2+4x+5} dx - \frac{1}{2} \int \frac{dx}{4x^2+4x+5}$$

$$= \frac{1}{3} \ln|3x+1| - \frac{1}{8} \ln|4x^2+4x+5| - \frac{1}{8} \int \frac{dx}{x^2+x+\frac{5}{4}}$$

4 פרק = 3/4
 נפרק לגורמים
 ריבועיים

$$= \frac{1}{3} \ln|3x+1| - \frac{1}{8} \ln|4x^2+4x+5| - \frac{1}{8} \int \frac{dx}{(x+\frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{7}}{2})^2}$$

$$= \frac{1}{3} \ln|3x+1| - \frac{1}{8} \ln|4x^2+4x+5| - \frac{1}{8} \arctan\left(\frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{2}}\right) + C$$

~~$$\frac{1}{3} \ln|3x+1| - \frac{1}{8} \ln|4x^2+4x+5| - \frac{1}{8} \arctan\left(\frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{2}}\right) + C$$~~