

פונקציות של מספר משתנים

מירב בליי

א.

1. $U = x + \frac{x-y}{y-z}$, הראו ש- $U'_x + U'_y + U'_z = 1$

2. הראו ש- $z''_{xy} = z''_{yx}$, כאשר: $z = x \ln y - y \ln x$ 2.1

2.2 $z = x^y$

3. $z = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$. הראו ש- $z''_{xx} + z''_{yy} = 0$

4. $z = \ln(e^x + e^y)$. הראו ש- $z'_x + z'_y = 1$ 4.1

4.2 $z''_{xx} \cdot z''_{yy} = (z''_{xy})^2$

5. מצאו את y'_x כאשר $xe^y + ye^x - e^{xy} = 0$ 5.1

5.2 $y^x = x^y$

6. מצא z'_u, z'_v כאשר: $z = x^2 \ln y$; $x = \frac{u}{v}$; $y = 3u - 2v$ 1.1

ב. 1. מצאו בקירוב ע"י דיפרנציאל שלם:

1.1 $1.02^{4.05}$ 1.2 $\ln(0.09^3 + 0.99^3)$ 1.3 $\sqrt{5e^{0.02} + 2.03^2}$

2. הראו כי ל- x ו- y קרובים ל-0 מתקיים: $\frac{1}{1+x-y} \approx 1-x+y$

3. הראו כי ל- x ו- y קרובים ל-1 מתקיים: $\sqrt{x^3 + 3y^2} \approx \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}y - \frac{1}{4}$

תשובות

א. 1.

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x^2 > y \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases} \quad 1.1 \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$$

6. $z'_u = \frac{2u}{v^2} \ln(3u-2v) + \frac{3u^2}{v^2(u-2v)}$, $z'_v = -\frac{2u^2}{v^3} \ln(3u-2v) - \frac{2u^2}{v^2(3u-2v)}$ 1

ב. 1.1 1.08 1.2 -0.03 1.3 3.037