

אקסטרמום של פונקציה עם מספר משתנים

מירב בליי

א. מצאו אקסטרמום מקומי של הפונקציות הבאות:

$$\begin{aligned} & z = x^2 - (y-1)^2 \quad .3 \quad z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2) \quad .2 \quad z = (y-2)\ln(xy) \quad .1 \\ z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y \quad .5 & \quad z = x^2 + xy + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad .4 \\ z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y \quad .7 & \quad x > 0, y > 0, \quad z = x^3 y^2 (12 - x - y) \quad .6 \\ z = 1 - \sqrt{(x^2 + y^2)^3} \quad .10 & \quad z = x^3 - y^3 - 3xy \quad .9 \quad z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2) \quad .8 \end{aligned}$$

ב. מצאו נקודות חשודות לאקסטרמום של הפונקציות הבאות:

$$\begin{aligned} & z = x^2 + y^2 \quad .1 \\ z = 4x^2 - 4xy + y^2 \quad .2 & \\ z = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad .3 & \\ u = \ln(xy) \quad .4 & \\ z = x^2 y^2 \quad .5 & \\ z = x^5 + y^5 \quad .6 & \\ u = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 \quad .7 & \\ u = xy^2 z^3 \quad .8 & \end{aligned}$$

ג. מצא את הערך הקטן ביותר והגדול ביותר של הפונקציות הבאות בתחומים הנתונים:

$$\begin{aligned} & D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\} \quad \text{מעל התחום:} \quad z = x^2 + 2xy - 4x + 8y \quad .1 \\ D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\} \quad \text{מעל התחום:} & \quad z = x^3 + y^3 - 3xy \quad .2 \\ D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 3\} \quad \text{מעל התחום:} & \quad z = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 9 \quad .3 \end{aligned}$$

תשובות

$$z_{\max}(-4, -2) = \frac{8}{e^2} \quad ; \quad \text{נקי אוכף } (0,0) \quad .2 \quad \text{נקי אוכף } \left(\frac{1}{2}, 2\right) \quad .1 \quad .א$$

$$z_{\min}(1,0) = -1 \quad .5 \quad z_{\min}\left(3^{-\frac{1}{3}}, 3^{-\frac{1}{3}}\right) = 3^{\frac{4}{3}} \quad .4 \quad \text{נקי אוכף } (0,1) \quad .3$$

$$z_{\min}(-2,0) = -\frac{2}{e} \quad .8 \quad z_{\max}(4,4) = 12 \quad .7 \quad z_{\max}(6,4) = 1728 \quad .6$$

$$z_{\max}(0,0) = 1 \quad .10 \quad z_{\max}(-1, 1) = 1 \quad .9$$

$$z(\pm 2\sqrt{5}, \mp \sqrt{5}) = 125; z(\pm \sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 0 \quad .2 \quad z(2,4) = 20, z(0,0) = 0 \quad .1 \quad .ב$$

$$u\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = -2 \ln 2 \quad .4 \quad z(4,4) = \frac{3}{2}, z(-4, -4) = \frac{1}{2} \quad .3$$

$$u = (6,4,3) = 156 \quad .7 \quad z(1,1) = 2 \quad .6 \quad z(6,6) = 6^4 = 1296 \quad .5$$

$$u = (2,4,6) = 6912 \quad .8$$

$$z_{\max}(1,2) = 17, \quad z_{\min}(1,0) = -3 \quad .1 \quad .ג$$

$$z_{\max}(2,-1) = 13, \quad z_{\min}(1,1) = z_{\min}(0,-1) = -1 \quad .2$$

$$z_{\max}(0,3) = z_{\max}(3,0) = 27, \quad z_{\min}(-3,0) = z_{\min}(0,-3) = -9 \quad .3$$